● 경우의 수

합의 법칙과 곱의 법칙

| P 8~16 |

(1) 합의 법칙

두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때

[사건 A가 일어나는 경우의 수 m] + [사건 B가 일어나는 경우의 수 n] ⇨ [사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수 $m+n$]

(2) 곱의 법칙

[사건 A가 일어나는 경우의 수 m] × [(각각에 대하여) 사건 B가 일어나는 경우의 수 n] ⇨ [두 사건 A, B가 연이어 일어나는 경우의 수 $m\times n$]

● 순열

순열

| P 17~39 |

(1) 순열 : 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 순열의 수

⇨ ${}_{n}\mathrm{P}_{r}=n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$ (단, $0<r\le n$)

(2) 원순열 : 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수 ⇨ $\dfrac{n!}{n}=(n-1)!$

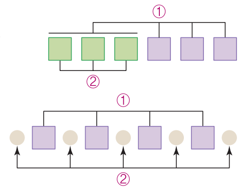
(3) 중복순열 : 서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하는 중복순열의 수 ⇨ ${}_{n}\Pi_{r}=n^{r}$

(4) 같은 것이 있는 순열 : n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, r개씩 있을 때, n개를 모두 일렬로 배열하는 순열의 수 ⇨ $\dfrac{n!}{p!q!\cdots r!}$ (단, $p+q+\cdots+r=n$)

순열에 대한 여러 가지 문제 유형

| P 17~39 |

- 자연수 만들기 ⇨ 맨 앞자리에는 0이 올 수 없음에 주의
- 이웃하는 것이 있을 때 ⇨ ① 이웃하는 것을 한 묶음으로 생각하여 배열한 후, ② 묶음 안에서 이웃하는 것들이 자리를 바꾸는 방법을 생각
- 이웃하지 않도록 할 때 ⇨ ① 이웃해도 좋은 것을 먼저 배열한 후, ② 그 사이사이와 양쪽 끝에 이웃하지 않는 것을 배열



- (적어도 ~인 경우의 수)=(전체 경우의 수)−(모두 ~가 아닌 경우의 수)
- 다각형의 둘레에 배열하는 순열의 수 ⇨ (원순열의 수)×(기준이 되는 자리의 개수)
- 순서가 정해져 있는 것이 있을 때 ⇨ 순서가 정해져 있는 것들을 같은 문자로 보고 배열
- 최단 경로의 수 ⇨ 같은 것이 있는 순열의 수를 이용

● 조합

조합

| P 44~55 |

(1) 조합 : 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 조합의 수 ⇨ ${}_{n}\mathrm{C}_{r}=\dfrac{{}_{n}\mathrm{P}_{r}}{r!}=\dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ (단, $0\le r\le n$)

(2) 중복조합 : 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복조합의 수 ⇨ ${}_{n}\mathrm{H}_{r}={}_{n+r-1}\mathrm{C}_{r}$

분할

| P 58~67 |

(1) 집합의 분할 : 원소가 n개인 집합을 k개의 부분집합으로 분할하는 방법의 수

⇨ $S(n,\ k)=S(n-1,\ k-1)+kS(n-1,\ k)$ (단, $1<k<n$)

(2) 자연수의 분할 : 자연수 n을 k개의 자연수로 분할하는 방법의 수

⇨ $P(n,\ k)=P(n-k,\ 1)+P(n-k,\ 2)+\cdots+P(n-k,\ k)$ (단, $1<k<n$)

이항정리

| P 70~79 |

(1) 이항정리 : n이 자연수일 때

⇨ $(a+b)^n={}_{n}\mathrm{C}_{0}a^n+{}_{n}\mathrm{C}_{1}a^{n-1}b+{}_{n}\mathrm{C}_{2}a^{n-2}b^2+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{r}a^{n-r}b^r+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{n}b^n=\sum_{r=0}^{n}{}_{n}\mathrm{C}_{r}a^{n-r}b^r$

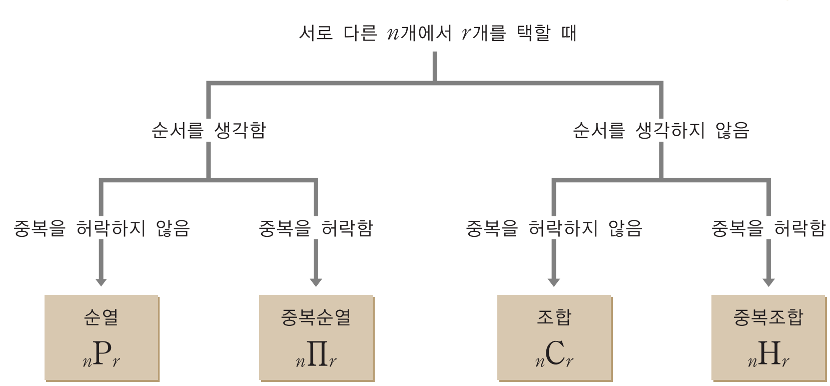
(2) 이항계수의 성질 : $(1+x)^n={}_{n}\mathrm{C}_{0}+{}_{n}\mathrm{C}_{1}x+{}_{n}\mathrm{C}_{2}x^2+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{n}x^n$에서

① ${}_{n}\mathrm{C}_{0}+{}_{n}\mathrm{C}_{1}+{}_{n}\mathrm{C}_{2}+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{n}=2^n$　　② ${}_{n}\mathrm{C}_{0}-{}_{n}\mathrm{C}_{1}+{}_{n}\mathrm{C}_{2}-\cdots+(-1)^n{}_{n}\mathrm{C}_{n}=0$

● 순열과 조합의 비교

순열, 중복순열, 조합, 중복조합의 비교

| P 17~55 |



● 확률

수학적 확률과 통계적 확률

| P 96~102 |

(1) 수학적 확률

어떤 시행에서 표본공간 S의 각 근원사건이 일어날 가능성이 같을 때, 사건 A가 일어날 확률은

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

(2) 통계적 확률

같은 시행을 n번 반복하였을 때의 사건 A가 일어난 횟수를 r_n이라 할 때, 사건 A가 일어날 확률은

$$\mathrm{P}(A)=\left(n\text{이 충분히 커짐에 따라 상대도수 }\frac{r_n}{n}\text{이 가까워지는 일정한 값}\right)$$

(3) 확률의 기본 성질

표본공간이 S인 어떤 시행에서

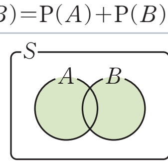
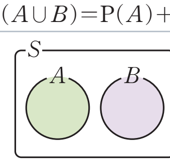
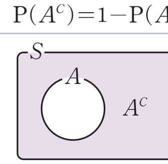
① 임의의 사건 A에 대하여　　$0\le\mathrm{P}(A)\le1$

② 반드시 일어나는 사건 S에 대하여　　$\mathrm{P}(S)=1$

③ 절대로 일어나지 않는 사건 $\varnothing$에 대하여　　$\mathrm{P}(\varnothing)=0$

확률의 덧셈정리와 여사건의 확률

| P 103~106 |

확률의 덧셈정리		여사건의 확률
두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$	A, B가 서로 배반사건이면 $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$	A의 여사건 A^c의 확률은 $\mathrm{P}(A^c)=1-\mathrm{P}(A)$
		

합의 법칙 VS 덧셈정리

| P 103~106 |

	경우의 수에서의 합의 법칙	확률의 덧셈정리
활용	경우의 수	확률
관계식	• $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ • $A\cap B=\varnothing$이면 $n(A\cup B)=n(A)+n(B)$	• $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$ • $A\cap B=\varnothing$이면 $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$

조건부확률

| P 110~115 |

(1) 조건부확률

사건 A가 일어났을 때, 사건 B의 조건부확률은 $\mathrm{P}(B|A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$ (단, $\mathrm{P}(A)>0$)

(2) 확률의 곱셈정리

두 사건 A, B에 대하여 두 사건이 동시에 일어날 확률은

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B)$ (단, $\mathrm{P}(A)>0$, $\mathrm{P}(B)>0$)

사건의 독립과 종속

| P 116~122 |

(1) 독립과 종속

① 두 사건 A, B에 대하여 사건 A가 일어나거나 일어나지 않는 것이 사건 B가 일어날 확률에 영향을 주지 않을 때, 즉

$\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B|A^c)=\mathrm{P}(B)$

일 때, 사건 A와 B는 서로 독립이다.

② 두 사건 A, B가 서로 독립이 아닐 때, 즉

$\mathrm{P}(A|B)\neq\mathrm{P}(A)$ 또는 $\mathrm{P}(B|A)\neq\mathrm{P}(B)$

일 때, 사건 A와 B는 서로 종속이다.

(2) 독립사건의 곱셈정리

두 사건 A, B가 서로 독립이기 위한 필요충분조건은

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$ (단, $\mathrm{P}(A)>0$, $\mathrm{P}(B)>0$)

(3) 독립시행의 확률

1회의 시행에서 사건 A가 일어날 확률이 p일 때, n회의 독립시행에서 사건 A가 r회 일어날 확률은

${}_n\mathrm{C}_r p^r(1-p)^{n-r}$ (단, $r=0, 1, 2, \cdots, n$)

배반사건 VS 독립사건

| P 116~119 |

	배반사건	독립사건
의미	동시에 일어나지 않는다.	서로 영향을 주지 않는다.
관계식	$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$ ◀ 덧셈정리	$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$ ◀ 곱셈정리

1. 확률변수와 확률분포

이산확률변수의 확률분포

| P 136~153 |

(1) 확률변수와 확률분포

① 확률변수 : 어느 시행에서 표본공간의 각 원소에 하나의 실수 값을 대응시킨 함수

② 확률분포 : 확률변수가 취하는 값과 이 값을 취할 확률의 대응 관계

(2) 이산확률변수의 분포

이산확률변수 X의 확률질량함수가 $\mathrm{P}(X=x_i)=p_i\,(i=1, 2, 3, \cdots, n)$일 때

• $\mathrm{E}(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$	• $\mathrm{E}(aX+b)=a\mathrm{E}(X)+b$
• $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$	• $\mathrm{V}(aX+b)=a^2\mathrm{V}(X)$
• $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}$	• $\sigma(aX+b)=\lvert a\rvert\sigma(X)$

(단, a, b는 상수, $a\neq0$)

(3) 이항분포

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n, p)\,(q=1-p)$를 따를 때

① $\mathrm{P}(X=r)={}_n\mathrm{C}_r p^r q^{n-r}$ (단, $r=0, 1, 2, \cdots, n$)

② $\mathrm{E}(X)=np$, $\mathrm{V}(X)=npq$, $\sigma(X)=\sqrt{npq}$

연속확률변수의 확률분포

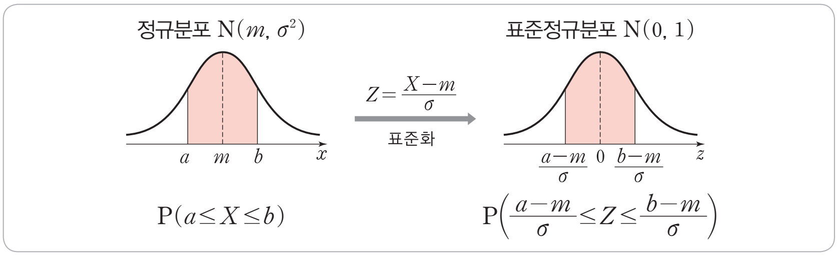
| P 156~169 |

(1) 정규분포

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따를 때

① 확률변수 $Z=\dfrac{X-m}{\sigma}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따른다.

② $\mathrm{P}(a\le X\le b)=\mathrm{P}\left(\dfrac{a-m}{\sigma}\le Z\le\dfrac{b-m}{\sigma}\right)$



(2) 이항분포와 정규분포 사이의 관계

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n, p)$를 따를 때, 시행 횟수 n이 충분히 크면 X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(np, npq)$를 따른다. (단, $q=1-p$)

2. 통계적 추정

표본평균의 분포, 모평균의 추정

| P 174~184 |

(1) 표본평균의 분포

모평균이 m이고 모분산이 σ^2인 모집단에서 임의추출한 크기가 n인 표본의 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

① $\mathrm{E}(\overline{X})=m$, $\mathrm{V}(\overline{X})=\dfrac{\sigma^2}{n}$, $\sigma(\overline{X})=\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

② 모집단의 분포가 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$이면 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m, \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$을 따른다.

③ 모집단의 분포와 관계없이 n이 충분히 크면 $\overline{X}$는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}\left(m, \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$을 따른다.

(2) 모평균의 추정

정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 임의추출한 크기가 n인 표본의 표본평균의 실제 관측값이 $\overline{x}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰구간은 다음과 같다.

신뢰도 95 %의 신뢰구간	신뢰도 99 %의 신뢰구간
$\overline{x}-1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le \overline{x}+1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\overline{x}-2.58\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le \overline{x}+2.58\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

표본비율의 분포, 모비율의 추정

| P 185~189 |

(1) 표본비율의 분포

모비율이 p인 모집단에서 임의추출한 크기가 n인 표본의 표본비율을 $\hat{p}$이라 할 때

① $\mathrm{E}(\hat{p})=p$, $\mathrm{V}(\hat{p})=\dfrac{pq}{n}$, $\sigma(\hat{p})=\sqrt{\dfrac{pq}{n}}$ (단, $q=1-p$)

② 표본의 크기 n이 충분히 크면 $\hat{p}$은 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}\left(p, \dfrac{pq}{n}\right)$를 따르고 $Z=\dfrac{\hat{p}-p}{\sqrt{\dfrac{pq}{n}}}$는 근사적으로 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따른다. (단, $q=1-p$)

(2) 모비율의 추정

모집단에서 임의추출한 크기가 n인 표본의 표본비율의 실제 관측값이 $\hat{p}$일 때, n이 충분히 크면 모비율 p에 대한 신뢰구간은 다음과 같다. (단, $\hat{q}=1-\hat{p}$)

신뢰도 95 %의 신뢰구간	신뢰도 99 %의 신뢰구간
$\hat{p}-1.96\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\le p\le \hat{p}+1.96\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$	$\hat{p}-2.58\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\le p\le \hat{p}+2.58\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$